फलन और आलेख
FUNCTION & GRAPH

A). फलन - दो वास्तविक चरों x तथा y के लिए फलन
Function- (real) (variables)
'f', x तथा y के मध्य एक निश्चित संबंध को दर्शाता है। $y = f(x)$ ⇒ y, x का फलन है।

* एक फलन 'x' के एक मान के लिए y का एक निश्चित और अद्वितीय मान प्रदान करता है।

* चर x, स्वतंत्र चर (independent variable) या बाह्य चर (Exogeneous variable) कहलाता है।

* चर y, परतंत्र चर (dependent variable) या आंतरिक चर (Indogeneous variable) कहलाता है।

* पुन हम संकेतिक रूप में $y = f(x) \Rightarrow x = f^{-1}(y)$ लिख सकते हैं अत: स्वतंत्रता/परतंत्रता सापेक्षिक (Relative) होती है।
(f^{-1} एक व्युत्क्रम फलन कहलाता है)

A_2) विभिन्न प्रकार के फलन -
FUNCTIONS OF VARIOUS TYPES -

$\sin x$
$\cos x$
Trigonometric Function
त्रिकोणमितिय फलन

Logarithmic Function
लघुगणकिय फलन
$\log_e x$

e^x
Exponential Function
चरघातांकिय फलन

x^a
a^x
Power Function
घात फलन

Inverse Function
व्युत्क्रम फलन
$1/x$

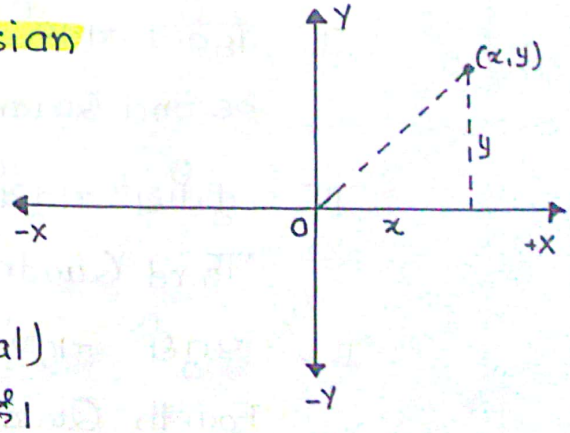
- linear रैखिक -
$ax+b$
Polynomial Func.
बहुपद फलन

B). **फलन का आलेख -**
GRAPH OF A FUNCTION - किसी दिए गए फलन $y = f(x)$ के बिंदुओं (x, y), जो दिए गए फलन को संतुष्ट करते हों, का समुच्चय फलन का आलेख (Graph) कहलाता है।

* बिंदु युग्म (x, y) **कार्तिय निर्देशांक** (Cartesian Coordinates) कहलाते हैं।

* $(x, y) \neq (y, x)$.

* कार्तिय निर्देशांक परस्पर दो लम्बवत रेखाओं से निर्मित होते हैं जिन्हें **X- अक्ष** (क्षैतिज / Horizontal) तथा **Y- अक्ष** (लम्बवत् / Perpendicular) कहा जाता है।



* जिस बिंदु पर x और y अक्ष परस्पर काटते हैं वह बिंदु मूलबिंदु (Origin) कहलाता है जिसके निर्देशांक (0,0) होते हैं।

* किसी निर्देशांक (x,y) में x ≡ भुज (Abscissa)

y ≡ कोटि (Ordinate) कहलाता है।

x निर्देशांक - Y-अक्ष से दूरी = दाँए धनात्मक | बाँए ऋणात्मक

y निर्देशांक - X-अक्ष से दूरी = ऊपर धनात्मक | नीचे ऋणात्मक

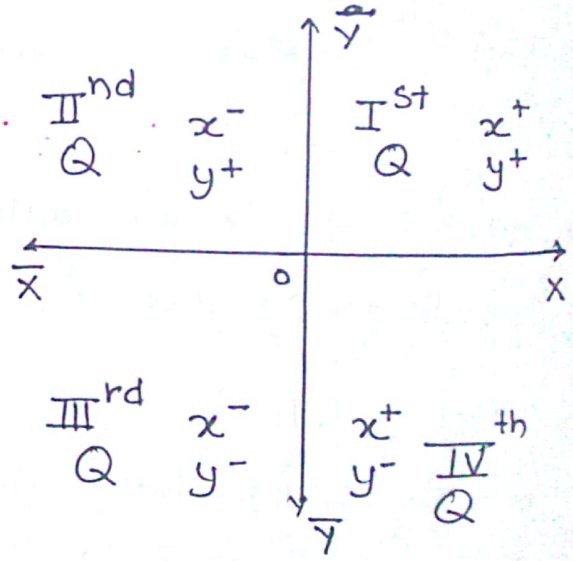
* कार्तीय निर्देशांकों का समतल ≡ अक्षों XOX' तथा YOY' द्वारा चार भागों में बाँटा जाता है।

I- प्रथम चतुर्थांश
First Quadrant
x धनात्मक
y धनात्मक

II- द्वितीय चतुर्थांश
Second Quadrant
x ऋणात्मक
y धनात्मक

III- तृतीय चतुर्थांश
Third Quadrant
x ऋणात्मक
y ऋणात्मक

IV- चतुर्थ चतुर्थांश
Fourth Quadrant
x - धनात्मक
y- ऋणात्मक



सरल रेखा - STRAIGHT LINE

A) **सरल रेखा** Straight Line - दो बिंदुओं को **न्यूनतम दूरी** में मिलाने वाली रेखा एक **सरल रेखा** कहलाती है। सरल रेखा अपनी **दिशा** (Direction) नहीं बदलती है।

* किसी रेखा का धनात्मक x-अक्ष से कोण, रेखा का झुकाव कहलाता है।
* रेखा जो भाग x- तथा y- अक्ष पर काटती है उसे **अंतः-खण्ड** (Intercept) कहा जाता है।

सरल रेखा के विभिन्न समीकरण
VARIOUS EQUATIONS OF STRAIGHT LINE

ढाल-अंतर्खंड समीकरण
Slope-Intercept Equation

$$y = mx + c$$

$m = -\frac{A}{B}$

$c = \frac{C}{B}$

$\Leftarrow$ B से भाग देकर समी. को $y = \frac{C}{B} - \frac{A}{B}x$ के रूप में लिखते हैं।

व्यापक समीकरण
General Equation

$$Ax + By = C$$

समी. को C से भाग देते हैं

$\frac{A}{C}x + \frac{B}{C}y = 1$

$\Rightarrow \frac{x}{C/A} + \frac{y}{C/B} = 1$

$\Rightarrow A_1 = C/A$

$B_1 = C/B$

अंतः खण्ड समीकरण
Intercept Equation

$$\frac{x}{A_1} + \frac{y}{B_1} = 1$$

A_2) सरल रेखा के कुछ प्रगुण :- (Properties of a Straight line)

a) मूल बिंदु से गुजरने वाली रेखा का समीकरण :

$$y = mx \qquad (\text{अंतखंड } c = 0)$$

b) Y अक्ष के समांतर रेखा का समीकरण $x = c_1$

X अक्ष के समांतर रेखा का समीकरण $y = c_2$

c) दो बिंदुओं (x_1, y_1), (x_2, y_2) को मिलाने वाली रेखा का समीकरण :-

$$\Rightarrow (y - y_1) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

d) $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. बिंदुओं (x_1, y_1), (x_2, y_2) को मिलाने वाली रेखा का ढाल (slope) है।

e) समांतर रेखाओं के ढ़ाल समान होते हैं।

लम्बवत रेखाओं के ढ़लों (m_1) तथा (m_2) का गुणनफल -1 होता है।